QCM :

1) h (I,-4) est une similitude directe de rapport 4 d'angle π.

2) h(I,2) oh(J,$\frac{1}{2}$) est une translation.

3) L'image par une similitude de rapport ½ d'un triangle d'aire A est un triangle d'aire $\frac{A}{4}$.

4) r(Ω,$\frac{\pi}{6}$) oh(Ω,-2) = r(Ω, $-\frac{5\pi}{6}$) oh(Ω ,2)

5) fof = h(I,4)

VRAI-FAUX :

1) Vrai :en effet : une similitude directe qui fixe deux points distincts est un déplacement.
Un déplacement qui fixe deux points distincts est l'identité du plan.

2) Vrai : en effet : un antidéplacement est une similitude indirecte de rapport 1.
* la composée d'une S.d de rapport 2 est une S.I de rapport 1 est une similitude indirecte de rapport 2×1=2.

3) Faux : la composée d'une S.D de rapport 4 est d'une S.I de rapport $\frac{1}{4}$ est une similitude indirecte de rapport $4\times\frac{1}{4}$= 1 d'où c'est un antidéplacement.

4) Faux : si f es une similitude de rapport 3 alors f^{-1} est une similitude de rapport $\frac{1}{3}$.

5) Vrai : $S_{(AC)}$ est une S.I de rapport 1⟹ f_0 $S_{(AC)}$ est S. directe de même rapport que f.et on a : f_0 $S_{(AC)}$(A)=B
f_0 $S_{(AC)}$(C)=D

EXERCICE 1 :

a) $\begin{cases} f_{(B)=B} \\ f_{(A)=C} \end{cases}$

f est de rapport $\frac{BC}{BA}$=1 d'angle $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}) = -\frac{\pi}{3}(2\pi)$

$\Longrightarrow f = \text{rot}(B, -\frac{\pi}{3})$

b) $\begin{cases} f_{(B)=B} \\ f_{(C)=G} \end{cases}$ soit $I = A * C$ f est de rapport k= $\frac{BG}{BC} = \frac{2}{3}\frac{BI}{BC} \Rightarrow$k= 2/3cos$\frac{\pi}{6}$ =$\frac{1}{\sqrt{3}}$ d'angle $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BG}) = \frac{\pi}{6}(2\pi)$

$\Longrightarrow f = s(B,\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{\pi}{6})$

c) $\begin{cases} f_{(G)=G} \\ f_{(B)=C} \end{cases}$

k=$\frac{GC}{GB}$=1, θ=$(\overrightarrow{GB},\overrightarrow{GC})$ (2π)

$\theta = \frac{2\pi}{3}(2\pi)$

$f = rot(G,\frac{2\pi}{3})$

EXERCICE 2:

1) Soit k: le rapport de S et θ son angle
S^{-1} est une S.d de rapport $\frac{1}{k}$ d'angle $-\theta$.

a) f = t $\vec{u}$ avec $\vec{u} \neq \vec{0}$
S o f est une similitude diecte de rapport k × 1= k d'angle θ.
⟹ S o foS^{-1} est une S. directe de rapport $\frac{1}{k}$ × k=1 d'angle nul d'où S o foS^{-1} est une translation.

b) f est rotation d'angle $\propto$ non nul.
S o f est S.d de rapport k d'angle ($\propto+\theta$).
⟹ S o f o S^{-1} est une S.d de rapport 1 d'angle $\theta+\propto -\theta=\propto(2\pi)$ d'où S o foS^{-1} est une rotation d'angle $\propto$.

c) f : homothétie de rapport $\lambda \neq 1$

1er cas λ=-1⟶ f= symétrie centrale
⟶ f est une rotation d'angle π d'où S o f o S^{-1} est une rotation d'angle π
S o f o S^{-1} : symétrie centrale.

2ème cas : $\lambda \neq$-1 f est une S. directe de rapport |λ |d'angle nul ou π.